

課題名 (タイトル) :

## 格子計算を用いた素粒子現象論の研究

利用者氏名 : 新谷栄悟

所属 : 理研 BNL 研究センター計算物理研究グループ

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

本研究は陽子崩壊に関する行列要素を格子 QCD 計算から求めることで、大統一模型が予想する陽子寿命の下限値を理論的に信頼できる値として求めることを目的とする。この物理量は強度フロンティア物理で取り上げられる代表的な物理量であり、スーパーカミオカンデにおいて長年探してもとめられている新しい物理現象の一つである。

陽子崩壊を予想する標準模型を超えた新しい物理機構は幾つか提案されており、これらのモデルの有効範囲は実験的制限からかなりの部分は排除されており、現在の実験強度は新しい物理現象が現れうる瀬戸際と考えられている。ただし、現時点における理論パラメータの領域には幾つかの理論的不定性が指摘されており、その最も大きい誤差は QCD からの非摂動的効果である。陽子崩壊確率の低エネルギーにおける非摂動効果を厳密に取り入れるためには、中性子や陽子を構成するクォーク・グルーオンの力学的振る舞いを考慮した理論計算を実施する必要がある。

そこで本研究では格子 QCD を用いた第一原理計算からこれらの不定性を取り除いた厳密値を求めていく。本研究の成果によって標準模型の枠内で完全な理論計算の値が判明するだけでなく、新しい物理モデルの探索としても有意義である。

2. 具体的な利用内容、計算方法

今年度の計算実行では、AMA (all mode averaging) と呼ぶ新しいアルゴリズムを用いて高統計の陽子崩壊確率の格子 QCD 計算を試みた。AMA アルゴリズムではディラック演算子の固有モード及び CG 法における収束条件を変えることによって、同じ統計精度を得るために必要となるクォーク伝搬関数の計算時間を劇的に減少させることが可能となる。実際の測定結果から全体の計算時間として 10 倍ほどの計算効率を実現できている。

陽子崩壊行列の具体的な計算方法として、格子上に

おける陽子崩壊行列要素ではバリオン数を破る演算子を導入して陽子から擬スカラーへの崩壊形状因子を計算する [Aoki2007, Aoki2013]。ここでは有効モデルを用いることなく直接的に各行列要素の成分を求めることで系統誤差を排除した結果を得ることができる。

上記の計算にはカイラル対称性を保った十分保ったままのかたちで格子上フェルミオンを扱うことができるドメインウォールフェルミオン (DWF) を用いる。このフェルミオン形式では、5 次元方向を新しい自由度として導入してその境界で 4 次元のカイラルフェルミオンが実現される。ただし有限の 5 次元方向の大きさではカイラル対称性は依然破られているが、十分大きな 5 次元サイズを用意することによって、その破れの誤差を無視できるほどに抑えることが可能である。この DWF の性質は計算時間が余分に必要となるが、得られる計算結果に予め格子化に伴う系統誤差を除いている分、各解析段階の精度を保つことができる。

格子パラメータとして、 $24^3 \times 64$  格子サイズで  $a^{-1} = 1.73 \text{ GeV}$  の  $2+1$  フレーバーの動的 DWF を含んだゲージ配位上で計算を行った。クォーク質量は  $m = 0.005, 0.01, 0.02$  を用いた。パイオン質量に換算すると  $300 - 600 \text{ MeV}$  に対応している。5 次元方向の大きさは  $L_s = 16$  としており、カイラル対称性の破れの効果は無視できるほど小さい。固有値計算にはランチョスアルゴリズムにチェビシェフ多項式を用いた加速化を行って効率化を図る。Even-odd 前処理を加えたディラック演算子における固有値と固有モードの計算を  $m = 0.005$  について 400 個、 $m = 0.01$  について 180 個の低固有モードを求めた。固有モードは CG 法における前処理として deflation と呼ばれるアルゴリズムに用いられると共に、AMA 法においても統計誤差の減少に重要な役割を果たす。統計数は  $m = 0.005$  では 91、 $m = 0.01$  では 55、 $m = 0.02$  では 39、 $m = 0.03$  では 44 である。この計算では新たに運動量を増やした点のデータも加える。また、陽子演算子の  $t$  方向の位置と  $\pi$  中間子演算子の  $t$  方向の位置との距離 (ここでは  $t_{\text{sep}}$  と定義する) を 2 通り試すことで、シグナルに含まれる励起状態からの

寄与がどの程度かを確認した。用いた演算子間の距離は格子間隔を単位として 22 と 18 である。物理スケールに換算すると 2.5 fm 及び 2.0 fm に対応する。表 1 に今回用いた格子パラメータをまとめてある。

表 1 : 格子パラメータ

Quark mass	Pion mass	$t_{\text{sep}}$ (fm)	Statistics
0.005	0.32 GeV	2.0, 2.5	91, 93
0.01	0.42 GeV	2.0	55
0.02	0.55 GeV	2.0	39
0.03	0.67 GeV	2.0	44

### 3. 結果

図 1 には本年度と前年度に得られた各クォーク質量における結果をプロットしている。異なるクォーク質量であっても  $q^2$  依存性は大きく変わることはなく、 $q^2$  依存性は線形的に変化している。これは物理点への外挿の際にフィット関数の選び方として、 $q^2$  及び  $m$  に関して線形関数を仮定してカイ 2 乗フィットを実行できることを示唆する。物理点に外挿したフィット関数の結果を誤差バンドとして同図に表している。このときの  $\chi^2/\text{dof}$  は 2 以下となっていることから、線形関数を用いたフィットはデータの再現性がよいと考えられる。

図 2 に本年度に得られた結果をもとに、物理点に外挿した陽子崩壊行列要素の格子計算をまとめた。以前の結果 [Aoki2013] と比較すると統計誤差が 4 分の 1 程度まで減少しており、統計誤差はすべてのチャンネルにおいて 10% 以下に抑えられている。これは AMA 法を用いたことによる大幅な計算効率の向上によるところが大きい。

図 3 には、本研究で求めた各チャンネルの行列要素の  $q^2$  依存性の振る舞いとバリオンカイラル摂動論から予想される振る舞いを比較している。バリオンカイラル摂動論では tree-level の摂動論の表式に格子計算から求めた低エネルギー結合定数を代入して求めている。この図からわかるように  $-q^2$  が大きくなるほど、格子計算と大きく離れていくことが分かる。この違いは主に、バリオンカイラル摂動論の展開次数が足りないことに起因するが、特に  $p \rightarrow \pi$  への行列要素が顕著に変わってくる。あるダークマターを仮定した陽子崩壊の理論モデルでは、その崩壊振幅を  $q^2 \sim 0.4 \text{ GeV}^2$  近傍におけるバリオンカイラル摂動論に従って予想しているが、格

子計算結果はオーダーの違いを予想している。このことは、特にモデル計算における不定性が大きいことを示唆している。

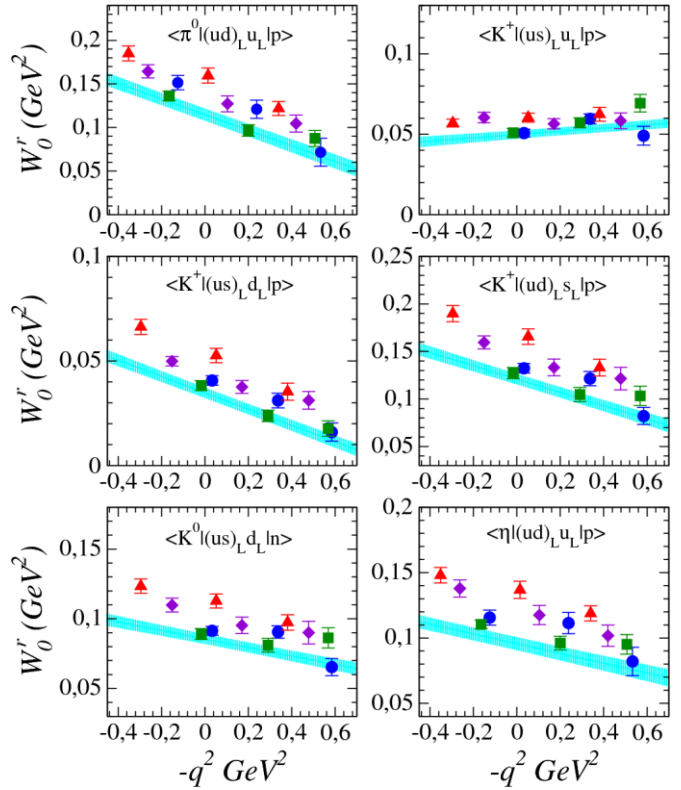


図 1 : 陽子崩壊行列要素の  $q^2$  依存性を各チャンネルごとに表す。

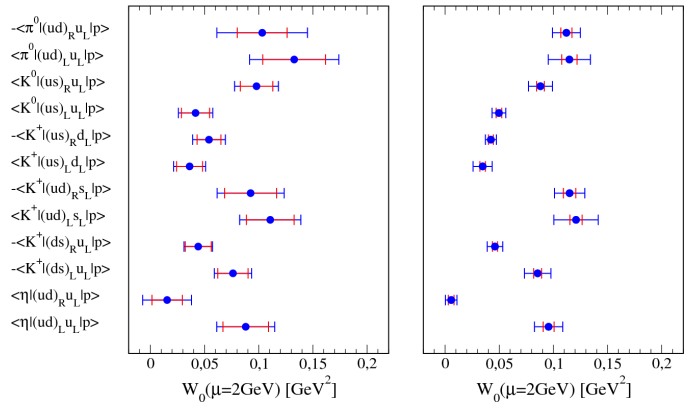


図 2 : (左図) 2013 年に得られた行列要素の結果。(右図) 本年度の結果を加えて新しく得られた行列要素。赤い誤差棒は統計誤差、青い誤差棒は系統誤差を加えた全誤差。統計誤差が大幅に完全されたことが分かる。

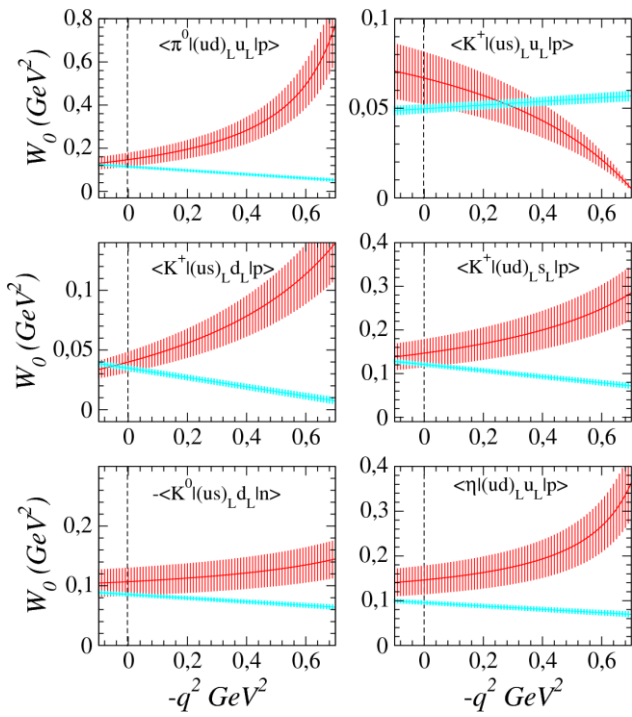


図 3: 格子計算から得られた  $q^2$  依存性と、tree-level バリオンカイラル摂動論で予想される振る舞い。バリオンカイラル摂動論では低エネルギー結合定数は格子計算で得られた値を代入しており、誤差棒は格子計算の誤差を含んでいる。

#### 4. まとめ

本研究では陽子崩壊行列要素の各チャンネルにおける形状因子を統計精度 10% 以下まで抑えた計算を実行した。AMA 法を用いた大幅な計算効率の向上を図り、さらに励起状態の寄与を無視できてかつ SN 比を大幅に改善したセットアップのもとで格子計算を実行することで、以前の結果と比較して統計精度を 4 倍以上向上させることに成功した。また系統誤差も同程度の減少を実現できたことで、バリオンカイラル摂動論に含まれる系統誤差を評価できた。この結果は、陽子崩壊振幅を幾つかの大統一理論から予言する際に重要なインプットとなる。特に、陽子崩壊振幅の計算において、低エネルギーではバリオンカイラル摂動論をよく用いられるが、幾つかの理論モデルでは QCD からの非摂動的寄与が依然大きく残っていることを示唆する。

#### 5. 今後の計画・展望

今後の計画として、カイラル外挿による系統誤差をより小さく抑えるために、パイオン質量がより小さいゲージ配位を用いた計算に移行する予定である。RBC/UKQCD との共同研究から生成したゲージ配位では、

パイオン質量が 0.19 GeV 近傍とこれまでより十分に物理点に近いため、精度の高い計算が実行可能である。

参考文献 : [Aoki2007] Y. Aoki, C. Dawson, J. Noaki and A. Soni, Phys. Rev. D75, 014507 (2007).  
[Aoki2013] Y. Aoki, E. Shintani, A. Soni, Phys. Rev. D89, 014505(2014).

平成 26 年度 RICC 利用研究成果リスト

**【国際会議、学会などでの口頭発表】**

ポスター発表「Improved statistics of proton decay matrix element」, 国際会議 LATTICE2014, 23-28 June 2014, Columbia University, USA.