

課題名 (タイトル) :

## 中性 B メソン混合と崩壊定数の高精度計算

利用者氏名 : 青木 保道, ○石川 智己, 出淵 卓

所属 : 理研 BNL 研究センター 計算物理研究グループ

## 1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

CP(粒子-反粒子の対称性)の破れ、は小林-益川理論を要素となす素粒子標準模型の特筆すべき性質で、特にその帰結である重い中性 B 中間子とその反粒子へ転換する頻度は KEK B ファクトリー他の加速器実験で 1%未満という高精度で求められている。この実験結果と理論計算とを組み合わせる標準模型の基本パラメタである小林-益川行列要素を求めることができる。そのために必要な中性 B 中間子混合行列要素と崩壊定数は摂動計算では得ることの出来ない非摂動的な量であり、現在のところ格子 QCD による数値計算が唯一の方法である。本研究ではこの格子 QCD を用いた混合行列要素と崩壊定数の高精度計算を行う。それにより、B 中間子をプローブとした標準模型の精密検証を目指す。

## 2. 具体的な利用内容、計算方法

上述の物理量の高精度計算には QCD の複雑なダイナミクスをもれなく取り込むことが可能な格子 QCD による第一原理数値計算が必要になる。さらに標準模型の特性から特に連続理論の QCD の持つカイラル対称性をよく保つ格子理論を使う必要がある。その要請を満たすべく、ドメインウォールフェルミオンを軽いクォークに用いる。重いクォークを格子上で直接的に取り扱うのは現在の計算機性能では不可能であるので、b クォークは格子上の重クォーク有効理論を用いる。QCD 真空配位は RBC/UKQCD コラボレーションが生成したのを用い、必要な 2 点、3 点グリーン関数の計算を RICC 上で行い、行列要素を計算する。格子 QCD の計算結果から格子間隔ゼロの極限を得るために必要な 2 つの格子間隔で計算を完了させ、中性 B 中間子混合行列要素と崩壊定数の連続極限での精密値を求める。

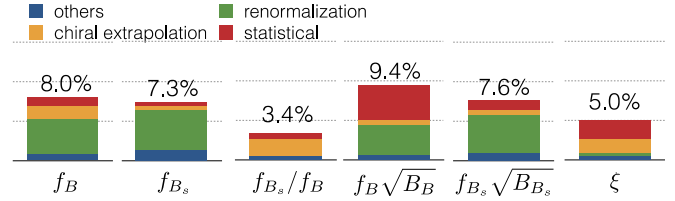


図 1 物理量に対する誤差の内訳

## 3. 結果

昨年度までに行った中性 B 中間子混合行列要素と崩壊定数の計算に対して本年度、系統的誤差を含めた最終結果を求めた。ここでそれを纏めておく。

$$\begin{aligned}
 f_B &= 218.8(6.5)_{\text{stat}}(16.1)_{\text{sys}} \text{ MeV}, \\
 f_{B_s} &= 263.5(4.8)_{\text{stat}}(18.7)_{\text{sys}} \text{ MeV}, \\
 f_{B_s}/f_B &= 1.193(20)_{\text{stat}}(35)_{\text{sys}}, \\
 f_B\sqrt{\hat{B}_B} &= 240(15)_{\text{stat}}(17)_{\text{sys}} \text{ MeV}, \\
 f_{B_s}\sqrt{\hat{B}_{B_s}} &= 290(09)_{\text{stat}}(20)_{\text{sys}} \text{ MeV}, \\
 \xi &= 1.208(41)_{\text{stat}}(44)_{\text{sys}}, \\
 \hat{B}_B &= 1.17(11)_{\text{stat}}(19)_{\text{sys}}, \\
 \hat{B}_{B_s} &= 1.22(06)_{\text{stat}}(11)_{\text{sys}}, \\
 B_{B_s}/B_B &= 1.028(60)_{\text{stat}}(43)_{\text{sys}}
 \end{aligned}$$

$f_B$  は B 中間子崩壊定数、 $\chi$  は SU(3) breaking ratio、 $B_B$  は bag パラメタである。それぞれ統計誤差(stat)と系統誤差(sys)を別々に表示してある。図 1 にこの結果に対する誤差の内訳を示す。現在のところ主要な誤差は統計誤差、摂動的繰り込み不定性、カイラル外挿不定性である。

以上の結果を踏まえ今年度は統計誤差の削減に努めた。統計改善手法としては全モード平均(AMA)と呼ばれるディラック行列の逆行列の近似計算を利用した方法論を用いる。AMA は次の自明な恒等式からスタートする。

$$O = O - O_{\text{approx}} + O_{\text{approx}}$$

ここで  $O$  はある作用素、 $O_{\text{approx}}$  はその近似とする。ここで空間並進(G)させた  $O_{\text{approx}}$  を  $O_{\text{approx}}^G$  と書くと並進は系が持っている対称性なので近似作用素の期待値に関して次のことが言える。

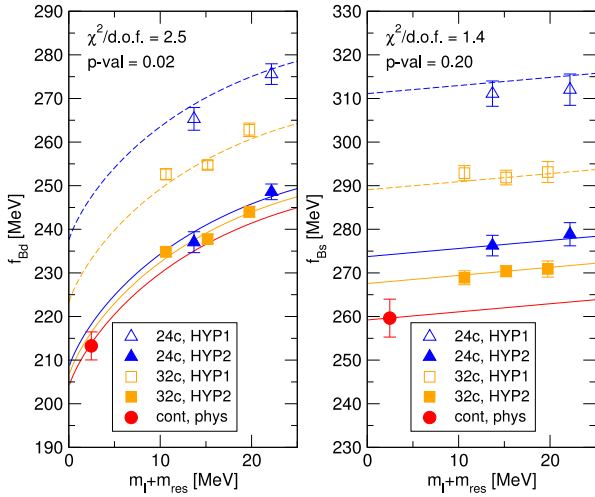


図 2 崩壊定数のカイラル外挿 (AMA)

$$\langle O_{\text{approx}} \rangle = \langle O_{\text{approx}}^G \rangle = \frac{1}{N_G} \sum_G \langle O_{\text{approx}}^G \rangle.$$

右辺は並進させた  $N_G$  個の近似作用素の平均である。つまり、

$$O_{\text{imp}} = O - O_{\text{approx}} + \frac{1}{N_G} \sum_G O_{\text{approx}}^G$$

は作用素  $O$  のバイアスのない改良作用素となっている。相関関数を計算する場合、AMA ではクォーク伝搬関数の計算に収束条件を緩めた解法を使う。近似の度合いが良く、また並進させた作用素同士の相関が小さい場合は実質独立な  $N_G$  個の起点を置いた相関関数の計算となっている。通常の直接的な  $N_G$  個の起点を置いた相関関数との違いは近似計算を用いているために圧倒的に計算コストが小さいところである。

図 2, 3 に B 中間子崩壊定数と B 中間子混合行列要素の SU(2) カイラル摂動論関数を用いたカイラル外挿の様子を示す。横軸は up, down クォーク質量であるが統計も上がり物理量のクォーク質量依存性は AMA 使用以前のデータと比べても自然なものとなっている。図 4 にカイラル外挿・連続極限での AMA 使用以前と AMA の物理量の比較を示す。両者の結果に矛盾は見られないが AMA の結果では統計誤差が大きく減っていることが見て取れる。系統誤差を含めた解析はまだであるが全体としての精度の大幅な改善が期待できる。

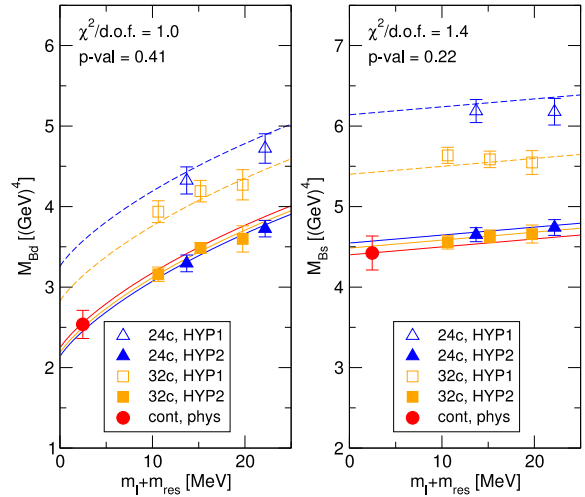


図 3 混合行列要素のカイラル外挿 (AMA)

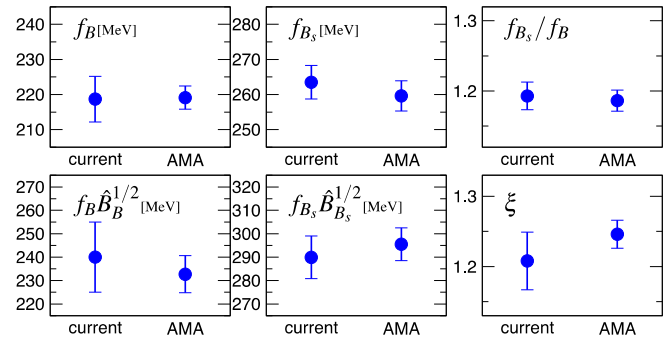


図 4 カイラル外挿・連続極限での AMA 以前 (current) と AMA の物理量の比較。誤差は統計誤差のみ。

#### 4. まとめ

昨年度までの中性 B 中間子混合の重クォーク展開第零近似のシミュレーションに対して系統誤差を含めた最終結果を得た。最終的な誤差は統計誤差・カイラル外挿不定性・摂動論的繰り込み不定性が大きな部分を占める。これを踏まえて本年度では統計改善を行った。AMA の手法を用いることによって計算コストは大きく削減され、統計の大幅な改善が見られた。

#### 5. 今後の計画・展望

$\xi$  や B 中間子崩壊定数の比は、B 中間子中の軽いクォーク要素を d, s と取った場合の QCD 行列要素の比として定義される。比を取る事により様々な系統誤差ならびに統計誤差が相殺されることが精密な結果を導き、従って、小林-益川行列要素の精密決定に役立てる事が出来る。一方、比を取る前の QCD 行列要素は、小林-益川行列要素の違う側面からの精密決定、惹いては、標準模型の精密検証に重要であるが、統計誤差、系統誤

差(特に重クォーク質量の逆数の一次と、繰り込みの誤差)ともに大きくなる。しかしながら、統計誤差、あるいは、繰り込みの誤差を十分抑える事が出来れば、他のアプローチ(チャームクォーク質量付近での有効理論によらない直接計算など)との組み合わせで、精密結果を導く際のアンカーポイントという重要な役割を担う事ができる。来年度は引き続きこの AMA を用いた計算の最終結果を引き出すが、同時に以下の事項も挑戦する必要がある。

- (1) 物理パイ中間子質量点でのシミュレーション: RBC/UKQCD コラボレーションでは物理パイ中間子質量点での動的ドメインウォール・フェルミオンのゲージ配位を生成している。格子サイズは  $48^3 \times 96$  と  $64^3 \times 128$  である。この配位を用いたシミュレーションによりカイラル外挿不定性はほぼ取り除くことができる。格子サイズこれまでの2倍になり計算コストが増大するが、ドメインウォール・フェルミオンのディラック行列の解法アルゴリズムの改良が大きく進んでおり、十分計算が可能になっている。
- (2) 非摂動的演算子繰り込み: 現行の計算では演算子繰り込みとして1ループ摂動論を用いている。SU(3) breaking ratio 等の比の量に関してはその不定性はゼロ或は微小であるが、比を取る前の量はその不定性が6%にものぼる。この不定性を削減するには非摂動的繰り込みが必要である。非摂動的繰り込みとしては RI/MOM スキームや座標空間繰り込み法がある。

以上の計算により、中性 B 中間子混合の物理における不定性を排除、小林-益川行列要素の更なる精密検証を目指す。

平成 26 年度 RICC 利用研究成果リスト

**【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】**

“Neutral B meson mixings and B meson decay constants with static heavy and domain-wall light quarks”,  
Y. Aoki, T. Ishikawa, T. Izubuchi, C. Lehner and A. Soni, arXiv:1406.6192 [hep-lat].

**【国際会議、学会などでの口頭発表】**

“B meson decay constants and  $\Delta B = 2$  matrix elements with static heavy and domain-wall light quarks”,  
Tomomi Ishikawa et.al., 32nd International Symposium on Lattice Field Theory - LATTICE 2014, Columbia  
University, New York, June 23 - 28, 2014.