

課題名 (タイトル) :

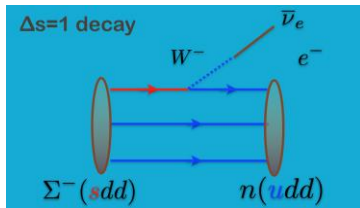
格子 QCD 計算に基づくハイペロン β 崩壊の研究

利用者氏名 : ○佐々木 勝一

所属 : 初田量子ハドロン物理研究室

1. 本課題の研究の背景、目的

ハイペロン β 崩壊とは、バリオン 8 重項 (ハイペロン) の弱い相互作用によるセミレプトニック崩壊 ($B \rightarrow b\bar{l}\nu$) のことで、中性子ベータ崩壊はその一部を成す。



ハイペロン β 崩壊は現象論的に「カビボ-小林-益川 (CKM) 行列のユニタリティの問題」や「陽子スピン問題」と関連して重要であるにも関わらず、ハイペロン β 崩壊におけるフレーバー SU(3) の破れの構造が理論的不定性なく理解されているとは言い難い。

格子 QCD 数値解析によるハイペロン β 崩壊の研究は歴史が浅く、利用者らによる Domain Wall Fermion (DWF) の定式化を用い、動的クォークを無視したクエンチ近似での $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊の研究 (参考文献[1]) と、イタリアのグループで行われた、改良された Wilson 作用による、同じくクエンチ近似での $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊の研究 (参考文献[2]) の 2 研究によりスタートした。

新たに利用者によって、より現実的なフレーバー SU(3) の破れを厳密に取り入れた DWF による動的格子 QCD 数値解析が、 $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊と $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊の 2 つのチャンネルに対して為された。(参考文献[3]) その計算結果から、ハイペロン β 崩壊の Dirac 形状因子の零運動量移行での値 $f_1(0)$ が、フレーバー SU(3) 対称性を厳密に課した場合の値に比べて、2-3%程度小さくなるのが模型に依らない第一原理計算として始めて示された。この $f_1(0)$ の値は CKM 行列要素の一つである V_{us} の決定にかかせない。何故ならば、実験的には $|V_{us}f_1(0)|$ が直接観測可能であって、理論による $f_1(0)$ の値を知ることなしに V_{us} の大きさを知ることができないからである。

もしフレーバー SU(3) 対称性の破れがなければ、この $f_1(0)$ の値は SU(3) 群のクレブシュ・ゴールドン係数で決まるが、実際にはフレーバー SU(3) 対称性は破れており、その破れの効果がどのように $f_1(0)$ に現れるかは、CKM 行列要素のユニタリティの検証に必要な情報として、近年精力的に研究され始めている。

本研究では、格子間隔の異なる格子 QCD 計算を遂行し、残された有限な格子間隔による系統誤差とカイラル外挿に伴う系統誤差の評価を行なう。そのことによって、実際の $f_1(0)$ とクレブシュ・ゴールドン係数による $f_1(0)_{\text{SU}(3)}$ の値との比 $f_1(0)/f_1(0)_{\text{SU}(3)}$ に対する理論的な不定性の問題の完全解決が成し遂げられる。

2. 具体的な利用内容、計算方法

理研BNL研究センターを中心とする、格子プロジェクトチーム (RBC-UKQCD collaboration) により、これまでにストレンジクォークを含めた現実の世界により近い 3 種類の動的クォークの自由度を厳密に取り扱った DWF の定式化を用いた格子 QCD 数値計算が行なわれてきており、そこで蓄積された格子 QCD ゲージ配位が国内外の格子 QCD 研究者へ無償公開されている。(参考文献[4]と[5]を参照)

すでに公開済みの DWF による 2+1 フレーバー格子 QCD ゲージ配位のうち、粗い格子間隔 0.12 fm (その逆数が 1.7 GeV) を利用した計算結果については、参考文献[3]においてまとめているが、本研究では、まだハイペロン β 崩壊の格子 QCD 計算が為されていない、より細かい格子間隔 0.09 fm (その逆数が 2.3 GeV 程度) の 2+1 フレーバー格子 QCD ゲージ配位を利用して研究課題を遂行する。

そのため、格子 QCD ゲージ配位の生成を行う必要はなく、計算規模はクエンチ近似と同程度となるが、DWF (形式的には Wilson Fermion の 5 次元時空への拡張に対応する) による数値解析を試みる点で、Wilson Fermion の場合にかかる計算コスト (演算能

力・メモリ容量)に対し5次元方向の格子数(典型的には10-20必要)倍だけの計算コストがかかる。ただし、この計算コストは、Wilson Fermion では持つことのできない、有限格子間隔上での優れたカイラル対称性を DWF が保持するという長所によって、計算コストに見合うだけの利点がある。

参考文献

[1] S. Sasaki and T. Yamazaki, Phys. Rev. D79 (2009) 074508.
 [2] D. Guadagnoli, V. Lubicz, M. Papinutto, S. Imula, Nucl. Phys. B761 (2007) 63-91.
 [3] S. Sasaki, Phys. Rev. D86 (2012) 114502.
 [4] C. Allton et al., [RBC-UKQCD Collaboration], Phys. Rev. D78 (2008) 114509.
 [5] Y. Aoki et al., [RBC-UKQCD Collaboration], Phys. Rev. D83 (2011) 074508.

3. 結果

格子 QCD 数値計算では以下で定義されるスカラ一型の形状因子に対して3元運動量移行が零の極限での値を精密に計算する事ができる。

$$f_S(q^2) = f_1(q^2) + \frac{q^2}{M_B^2 - M_b^2} f_3(q^2)$$

この形状因子は、実際に計算したい Dirac 形状因子 $f_1(q^2)$ と、ベクトルカレントに付随する別のタイプの形状因子 $f_3(q^2)$ の線形結合になっている。ここで、 $f_3(q^2)$ はワインバーグによって理論的に予言された第二種の形状因子で、フレーバーSU(3)対称性の中のSU(2)部分対称性 (iso-spin 対称性、U-spin 対称性、V-spin 対称性) が破れた場合にのみ現れる。 $\Delta S = 1$ のハイペロン β 崩壊においてはd-クォークとs-クォークの質量の違いで V-spin 対称性が明白に破れているため、 $f_3(q^2)$ は有限な値を持たざる得ない。ここで、スカラ一型の形状因子が4元運動量移行の零極限 ($q^2=0$) では $f_S(0) = f_1(0)$ となる性質は有用である。実際の計算では、3元運動量移行が零の3点関数を使って、以下のような3点関数の2重比

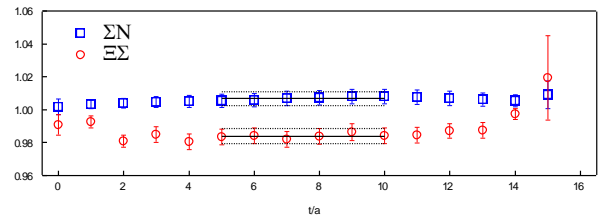
$$R(t) = \frac{\langle B | \bar{s} \gamma_0 u | b \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 s | B \rangle}{\langle B | \bar{s} \gamma_0 s | B \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 u | b \rangle} \rightarrow |f_S(q_{\max}^2)|^2$$

を計算する。この3点関数の2重比から3元運動量移行が零での形状因子の値 $f_S(q_{\max})$ が精密に計算できる。

右辺の引数 t はベクトルカレント演算子を始状態 B の生成演算子と終状態 b の消滅演算子の間のどの時間 (ただし、ユークリッドの虚時間) t に挿入したかを示すもので、その挿入箇所が十分に B および b 状態の演算子から離れているとみなせれば、3点関数の2重比から変数 t に依存しない定数としてスカラ一位相因子の自乗の値を読み取ることができる。 q_{\max} は3元運動量移行が零のときの4元運動量の値で、 $(q_{\max})^2 = -(M_B - M_b)^2$ のように始状態と終状態の静止質量の差の自乗で決まる。始状態と終状態が異なる質量のとき3元運動量移行が零でも4元運動量移行が零にならないのは、始状態と終状態の質量差に依る反跳効果に由来する。

本研究では先行研究(参考文献[1], [2], [3])と同様、 $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊と $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊の2つのハイペロン β 崩壊についての数値解析を、新規に格子間隔 0.09fm、格子点の数が4次元時空に対して $32^3 \times 64$ 格子サイズでアップ(ダウン)クォークの質量が π 中間子質量換算で400 MeV相当の2+1フレーバー格子QCDゲージ配位上で遂行した。

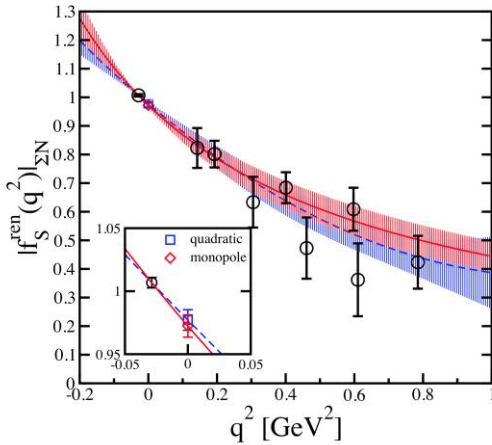
下図は、縦軸に前述の3点関数の2重比の2乗根、つまり、 $f_S(q_{\max})$ の絶対値に対応し、横軸はベクトルカレント演算子を始状態 B の生成演算子 ($t=0$) と終状態 b の消滅演算子 ($t=15$) 間に挿入したベクトルカレントの虚時間位置 t に対する依存性を示したものである。変数 t が5から10の間では値に変化がなく、そこから $f_S(q_{\max})$ の絶対値の値を読み取ることが可能となる。



$\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊と $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊、これらのチャンネルに対応する $f_1(0)$ はフレーバーSU(3)対称性があれば強い相互作用からの量子効果を受けず、SU(3)代数の構造定数に支配される。厳密にフレーバーSU(3)対称性があれば、それぞれ $f_1(0)_{\Sigma n} = -1$ と $f_1(0)_{\Xi \Sigma} = +1$ になるため、フレーバーSU(3)対称性の破れは、3点関数の2重比が1からずれることによって精度よく読み取ることができる。ただし、観測したフレーバーSU(3)対称性の破れは3つの異なる効果: (i) 質量差

による反跳効果による4元運動量移行の零極限 ($q^2=0$) からのずれ、(ii) 第二種の形状因子 $f_3(q^2)$ の存在、(iii) $f_1(q^2)$ に対する真のフレーバーSU(3)の破れの効果、それぞれの帰結として現れる。本研究の目的は (iii) の効果のみを評価することなので、(i) と (ii) の余分な効果を落とすために $f_5(0) = f_1(0)$ の性質を利用する。

上図では、3元運動量移行がゼロにおいて $q^2=(q_{\max})^2$ となる q^2 が負の領域における形状因子 $f_5(q^2)$ の値が求まったことに対応するが、 $f_5(q^2)$ を零でない3元運動量の場合 (q^2 が正の領域) についても計算することで形状因子 $f_5(q^2)$ の q^2 依存性を考察し、 $q^2 = 0$ に内挿することを試みる。この研究では、零でない3元運動量移行には $2\pi/L$ を単位として $\mathbf{q} = (1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$, $(2, 0, 0)$ の4つの3元運動量を用いて計算を行なった。これら4つの3元運動量と $B \rightarrow b$ の時間反転プロセス、 $b \rightarrow B$ も同時に計算することで、 q^2 が正の領域において8つの $f_5(q^2)$ の値が得られる。下記の図は $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊のスカラー形状因子の $f_5(q^2)$ の q^2 依存性と $q^2 = 0$ に内挿による $f_5(0) = f_1(0)$ の評価の様子である



内挿点はフィットの型には強く依存せず、エラーの範囲内で一致した結果が得られることが判る。これは、 $q^2=(q_{\max})^2$ におけるスカラー形状因子の値 $f_5(q_{\max})$ が他の4元運動量移行の計算よりも遥かに精度よく計算できていることと、 $q^2=(q_{\max})^2$ が $q^2 = 0$ のごく近傍であるためである。

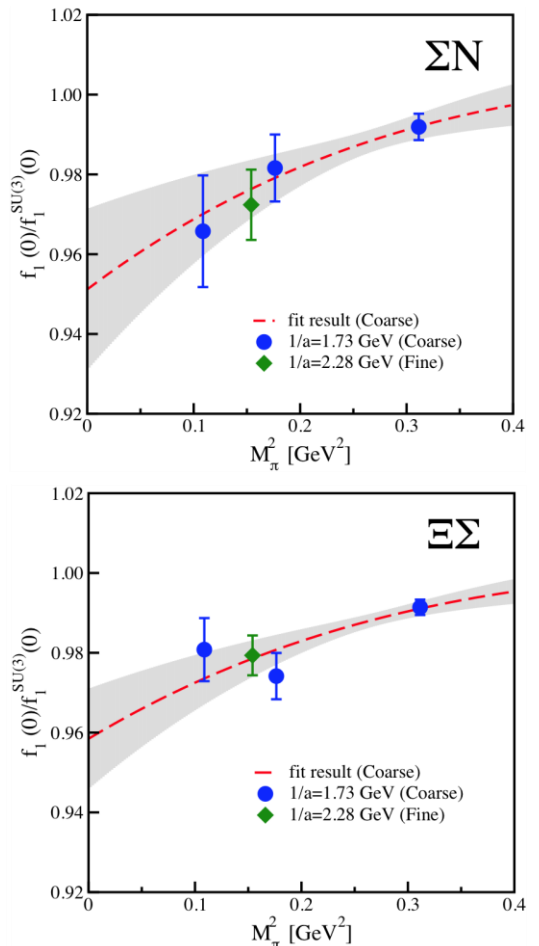
最終的に、格子間隔 0.09 fm での π 中間子の質量が 400 MeV に相当する格子 QCD 計算では、 $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊と $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊における Dirac 形状因子の零運動量移行での値 $f_1(0)$ が

$$f_1(0)_{\Sigma n} = -0.972(9), \quad f_1(0)_{\Xi \Sigma} = +0.979(5)$$

と評価できた。これらの値は厳密にフレーバーSU(3)対称性が課された場合の値： $f_1(0)_{\Sigma n} = -1$ と $f_1(0)_{\Xi \Sigma} = +1$ に比して約 2-3%減少していることがわかる。

4. まとめ

平成 25 年度の RICC の利用により、より細かい格子間隔 0.09fm (その逆数が 2.3 GeV 程度)、格子点の数が 4 次元時空に対して $32^3 \times 64$ 格子サイズで、 π 中間子質量が 400 MeV 相当の数値計算が完了し、同時に他機関の計算機資源も利用して、 π 中間子質量が 295 と 350 MeV 相当の数値計算についても完了させつつある。そこで現時点までに完了している、より細かい格子間隔上で π 中間子の質量が 400 MeV に相当する数値計算の結果を参考文献[3]の粗い格子間隔の計算結果と合わせてプロットしたものが下図である。



現段階では $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊と $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊と両方のチャンネルで、これまでの粗い格子間隔の計算結果との良いスケーリング (図中の点線によるカーブは粗い格子間隔のデータのみを fit したもの) が見られ、格子間隔依存性は充分小さいことが判明した。

5. 今後の計画・展望

現在計算が続行中の π 中間子質量が 295 と 350 MeV 相当するゲージ配位を用いた数値解析を早急に完了させ、残された系統誤差の評価として、連続極限とカイラル極限の 2 つの系統誤差の評価を行なうことが今後の課題である。

また、本研究課題を含めてアップとダウンクォークの質量が等しいとする、iso-spin 対称性がある場合にはハイペロン β 崩壊は 4 つの独立なチャンネルに分類されるが、そのうちの $\Xi \rightarrow \Sigma$ と $\Sigma \rightarrow n$ の 2 つの崩壊チャンネルについてのみ研究が行われてきた。

今後は、次の 2 つの点で、これまでの研究を発展させる。(1)ハイペロン β 崩壊の「チャンネル依存性」を評価するために、新たに $\Lambda \rightarrow p$ や $\Xi \rightarrow \Lambda$ など Λ 粒子が絡むハイペロン β 崩壊にも着手する、(2)さらに、ハイペロン β 崩壊の擬ベクトルカレントの形状因子、擬ベクトル形状因子 $g_1(q^2)$ やフレーバー SU(3) の破れの直接の帰結となる第二種の形状因子 $g_2(q^2)$ など、「陽子スピン問題」にも強く関連する、これまでの現実的なフレーバー SU(3) の破れを厳密に取り入れた動的格子 QCD 数値解析では着手していなかった形状因子についても研究対象を拡げる。前者は軽いクォークの自由度を無視したクエンチ近似においてもこれまで研究がなされておらず、後者はクエンチ近似における研究結果のみ存在する状況である。

平成 25 年度 RICC 利用研究成果リスト

【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】

【国際会議などの予稿集、proceeding】

Shoichi Sasaki, "Status of Semileptonic Hyperon Decays from Lattice QCD", Proceedings of Lattice 2013, PoS (Lattice 2013) 388.

【国際会議、学会などでの口頭発表】

The 31st International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2013), University Mainz, Germany, Jul. 29th - Aug. 3rd, 2013

Shoichi Sasaki: "Status of Semileptonic Hyperon Decays from Lattice QCD using 2+1 flavor Domain Wall Fermions"

【その他】