

課題名 (タイトル) :

球周りの直接数値計算 Aerodynamics properties of Sphere

利用者氏名 : 田中 潤一郎

所属 : 本所 情報基盤センター

1. 緒言

本研究では、無回転球やライフル回転した球の空力特性を調べるため屋外実験(ピッチングマシンを用いて実際に球を投球し、その様子を高速度ビデオカメラにより撮影した映像から空力特性を調べる)を行ってきた。

実験結果の信頼性の検証及び球周りの流れの様子を可視化して調べるために、直接数値計算をすることで比較・考察できる。

本報告では、一様流に対する回転軸の傾き角 ϕ を変化させたプログラムを作成し、 ϕ を変化させた時の空力特性の比較を行った。また、流れが定常から非定常へと変化する様子を詳細に求めた。

2. 計算方法

基礎方程式は、連続の式(1)およびナビエ・ストークス方程式(2)である。

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v} = -\operatorname{grad} p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} \quad (2)$$

ここで \mathbf{v} は流体の速度、 p は圧力を表す。 Re は一様流の速度と物体長を代表長さにとって求めたレイノルズ数を示す。この方程式をMAC法により解析し、差分法を用いて数値的に解く。まず、ヘルムホルツ分解を用いて圧力場におけるポアソン方程式を導く。式(2)の両辺の発散をとると

$$\text{(左辺)} = \operatorname{div} \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v} \right\} = \frac{\partial D}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v}$$

$$\begin{aligned} \text{(右辺)} &= \operatorname{div} \left\{ -\operatorname{grad} p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} \right\} = -\operatorname{div}(\operatorname{grad} p) + \frac{1}{Re} \operatorname{div}(\Delta \mathbf{v}) \\ &= -\Delta p + \frac{1}{Re} \operatorname{div}\{\operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{v}) - \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{v})\} \\ &= -\Delta p + \frac{1}{Re} [\operatorname{div}\{\operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{v})\} - \operatorname{div}\{\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{v})\}] \\ &= -\Delta p + \frac{1}{Re} \Delta D \end{aligned}$$

ただし、 $D \equiv \operatorname{div} \mathbf{v}$ とする。

以上により、圧力に関するポアソン方程式

$$\Delta p = -\operatorname{div}(\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v} - \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{1}{Re} \Delta D \quad (3)$$

を得る。

次に、時間微分項を差分化して時間発展させることを

考える。時間発展には、オイラー前進差分を用いた。

ポアソン方程式(3)の時間微分に対してオイラー前進差分を用いて近似すると、

$$\Delta p^n = -\operatorname{div}(\mathbf{v}^n \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v}^n + \frac{1}{Re} \Delta D^n - \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} \quad (4)$$

を得る。

ポアソン方程式を解く方法としてガウス・サイデル法を用いた。

3. 格子生成

本研究では格子系として2次元の0型格子をx軸に対して回転させるようにして3次元の格子生成を行った。ここでx軸は一様流方向に、y軸はx軸に垂直で地面に平行に、z軸は高さ方向にとった。なお格子点は、物体の影響が及びやすい物体近くは細かい格子に、物体の影響が及びにくい遠方ほど粗い格子になるようにした(図1)。球の直径を1とすると鉛直半径が10、一様流方向の半径が20となるような楕円体を形成するように格子を配置した。格子数は $35 \times 60 \times 48 \sim 63 \times 108 \times 86$ で必要に応じて変更した。

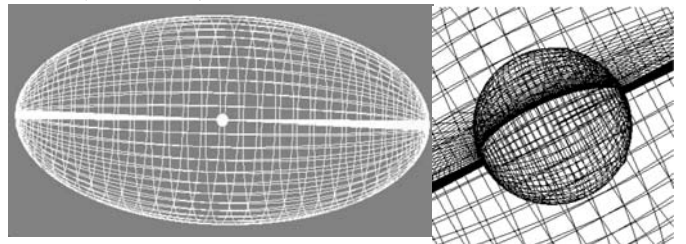


図1. 生成した格子

4. 解析条件

初期条件として、物体から十分遠方の速度を $\mathbf{v} = (1, 0, 0)$ とし、計算を行った。物体表面の境界条件は、フオークボールの場合は $\mathbf{v} = (0, 0, 0)$ とし、回転している球の場合は SP が $0.2, 0.4, 0.8$ となるようにそれぞれ物体表面の条件を決定した。ここで SP とは、回転球の回転速度と球回り流れの速度との比を表す無次元数 ($SP = 2\pi r f / v_c$, r : 球の半径, f : 回転数, v_c : 球から十分離れた場所での流体の速度) のことである。ポアソン方程式の収束条件は、圧力の場合は 10^{-3} 、速度の場合は 2×10^{-4} とし、時間刻みは $1 \times 10^{-3} \sim 2 \times 10^{-3}$ の間で、CFL条件を満たすように決定した。

本研究では、計算領域を $1.0 \times 10^4 < Re < 1.0 \times 10^4$ とした。研究目標としては、 ϕ を様々に変化させていき(スライダーボール)、その時の空力特性を調べ、それぞれを比較することとした。

5. 結果

5. 1 C_D, C_{LZ} - Re 数依存性

$10 < Re < 1.0 \times 10^4$ の範囲において、スライダーボール($\phi = \pi/4$)の空力特性を調べた。図14に C_D - Re 数関係図(図2)を示す。全ての SP で $Re < 1.0 \times 10^3$ で C_D が減少し、その後収束した。また、 SP に依存して C_D も大きくなった。

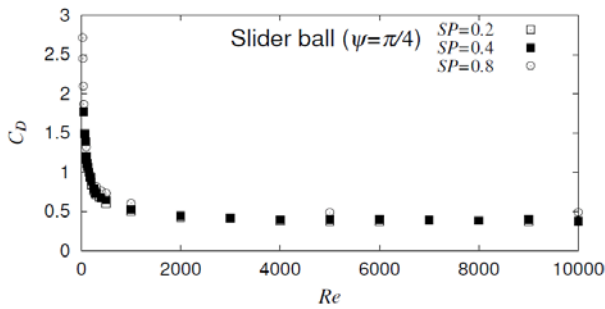


図2. C_D - Re 数依存性

図3に C_{LZ} - Re 数関係図を示す。全ての SP で $Re < 300$ の範囲で C_{LZ} が減少し、その後値が収束した。 $SP = 0.4$ では極大値が現れたが、 $SP = 0.2, 0.8$ では確認できなかった。また、 SP に依存して C_{LZ} が大きくなる傾向が顕著に現れた。

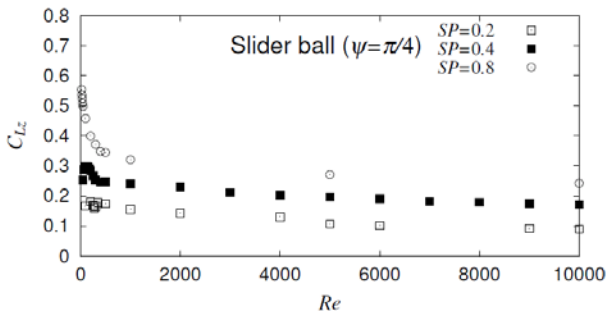


図3. C_{LZ} - Re 数依存性

5. 2 球周りの流れの非定常化

球周りの流れが非定常化する Re 数について、 C_{LZ} が極大値となる Re 数であるとされているが、今回そのような結果は得られなかった。そこで、 $\phi = \pi/4$ の場合における流線の非定常化について調べた。結果を図4に示す。

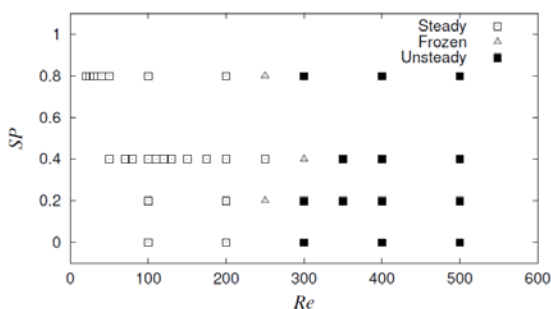


図4. 定常状態と非定常状態の SP - Re 数関係図

ここで、縦軸: SP , 横軸: Re 数とし、定常から非定常へと移行する途中で現れる現象を「Frozen」と表記してい

る。 $SP = 0.4$ の場合のみ、 $250 < Re < 350$ で非定常へと移行し、それ以外の場合では $200 < Re < 300$ で移行した。このことから、流線の非定常化は SP によらず Re 数によってのみ起こるものであり、 $SP = 0.4$ では特殊な現象が発生していると考えられる。また、 C_{LZ} の極大値と流れの非定常化の間に関連性は見られず、この関連性を指摘した他の球種の結果に関しても、再検証の必要がある。

5. 3 球種による空力特性の比較

同じ SP で、各球種の空力特性の比較を行った。代表として、球種ごとの違いが一番顕著となった $SP = 0.8$ の場合を図18に示す。 C_D はいずれの球種においても Re 数への依存が見られた。ここで、 $SP = 0.2$ では全ての球種がほぼ同じ値に収束したのに対し、 $SP = 0.8$ ではストレートボールとジャイロボールでは約0.2の差が現れた。この時の C_D は ϕ に依存して大きくなり、無回転の場合が最小となった。 C_{LZ} は、フォークボールおよびジャイロボールではほぼ0となり、ストレートボール、スライダーボールでは $Re < 300$ の範囲で値が減少し、その後値が収束した。また、ストレートボールでは $SP = 0.2, 0.4$ において極大値が顕著に現れたが、スライダーボールで $SP = 0.4$ の場合のみ確認出来た。 C_{LZ} の値はストレートボールの方が、スライダーボールより大きくなり、いずれの場合も SP に依存して増加した。回転軸の傾き角 ϕ を変化させ回転軸依存性について検証した結果を、それぞれ図5、図6に示す。

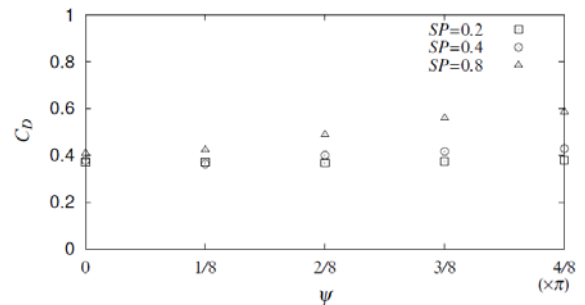


図5. C_D - ϕ 関係図 ($Re = 5.0 \times 10^3$)

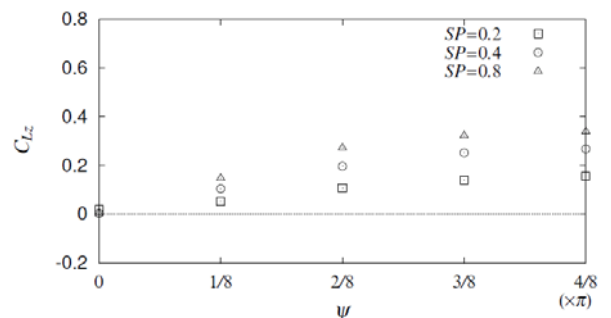


図6. C_{LZ} - ϕ 関係図 ($Re = 5.0 \times 10^3$)

全ての SP で ϕ に依存して C_D が増加するが、その依存度は $SP = 0.8$ で顕著に高く、 $\phi = 0$ と $\phi = \pi/2$ ではおよそ0.2の差となった。これより、 C_D では SP によって回転軸 ϕ への依存度が大きく変化すると言える。全ての SP で ϕ に依

存して C_{LZ} が増加したが、 $\phi = 3\pi/8$ と $\phi = \pi/2$ では大きな差は現れなかった。また、 C_{LZ} は SP に依存して大きくなるが、 $SP = 0.2$ から $SP = 0.4$ の増加率と、 $SP = 0.4$ から $SP = 0.8$ の増加率を比較すると、前者の方が高くなった。

6. まとめ

様々な回転軸で計算を行い、結果を比較した。

-スライダーボール($\phi = \pi/4$)の C_D は、他の球種と同様に $Re < 1.0 \times 10^3$ の領域で急激に減少し、その後収束した。 C_{LZ} はストレートボールと同様に $Re > 300$ で収束し、ほぼ一定となった。また、 C_D, C_{LZ} 共に SP に依存して大きくなった。

-球周りの流線の非定常化は、 C_{LZ} が極値をとる Re 数とは無関係であった。また、その時の Re 数は、 $SP = 0.4$ の場合を除いてほぼ一定であった。

- $SP = 0.2$ では回転軸によらず C_D がほぼ同じ値に収束したのに対し、 $SP = 0.8$ ではそれぞれ異なった値となった。

- C_D, C_{LZ} 共に、回転軸の傾き角 ϕ に依存して値が増加した。

7. 今後の計画・展望

より高い Re 数領域、特に $Re > 10000$ における C_D, C_{LZ} の Re 数依存性についても調べ、実験結果と比較検証する。

8. 利用研究成果が無かった場合の理由

本研究と同時に行った実験が予定通り進まなかったためそちらに時間を割く結果となり、数値計算を予定よりも進めることが難しかったため。

