

課題名 (タイトル) : レプトン及び核子の電磁気相互作用におけるハドロンの寄与の第一原理計算

利用者氏名 :

○新谷栄悟⁽¹⁾、藏増嘉伸^(1,2)、出渕卓^(3,4)、Christopher Lehner⁽³⁾

所属 :

⁽¹⁾理化学研究所計算科学研究機構、⁽²⁾筑波大学数理物質科学研究科、⁽³⁾Brookhaven National Laboratory, Physics department, ⁽⁴⁾理研 BNL 研究センター

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

本研究は、レプトンとくにミュオン⁽¹⁾の異常磁気モーメント ($g-2$) と核子の電磁気モーメントにおけるハドロンの寄与の第一原理計算を目的としている。これらの物理量は実験的に高精度で測定されているが、理論計算では核力を記述する QCD の取り扱いを厳密に行わなければ、実験値と同程度の精度で比較できない難しい物理量である。特に近年の素粒子原子核実験の方向性として、これまで測定されてきた様々な物理量の精度を数桁高めることで、ノイズで明らかにされてこなかった隠された物理機構を明らかにしていくという、高強度物理実験が各国で計画されている。この高精度実験の方向性は、スイス・ジュネーブにある CERN 研究所が運営する LHC に代表される高エネルギー実験とは対極をなすが、求めるべき新物理探索は変わらない。ただし、高エネルギー実験では、TeV スケールの今まで知られていないシグナルが新粒子の発見と見なされるが、一方で高強度物理では超高精度の実験値とその理論計算の差が新物理の兆候となる。そのため、各物理量の理論計算をより厳密に、つまり素粒子標準模型計算における摂動論の高次元計算と非摂動計算を同時に行って、実験値と比較する必要がある。素粒子の理論計算として困難な点は、QCD の取り扱いがあげられる。通常の摂動論では数学的に破たんする低エネルギー領域の理論精度が、高強度実験との比較において求められるが、一方で漸近自由性という QCD の特性から、非摂動論の実施が必要となる。格子 QCD は、第一原理計算という点から、標準模型の非摂動的理論計算として確立しており、高強度物理における新物理探索の精度要求に答えることが可能である。

しかしながら、格子 QCD 計算には、その計算手法や物理量によって独自の問題が存在するため、様々な理論技術を駆使して高精度を目指していかなければなら

ない。例えば、格子 QCD で物理的なクォークを取り扱うことは計算手法の点で困難であったために、非物理的なクォーク質量においてシミュレーションを実施せざるを得なかった。これは、つまるところ大規模疎行列の逆計算の発散が問題であったが、deflation 法と呼ばれる前処理アルゴリズムの改良や実施によって、現実的なシミュレーションも可能となっている。また、高精度の格子 QCD 計算が求められるということは、モンテカルロ計算における統計誤差をできる限り小さくしなければならない。つまり、モンテカルロサンプルを如何に効率的に得られるか、その最適なアルゴリズムの改良と実施も重要な点である。本課題では、特にアルゴリズムの改良と最適解の探索、およびそのパラメータを用いた格子 QCD 計算の高精度計算に重点を置いて実施した。

本研究では、次の 2 つの物理量について格子 QCD 計算を行い、非摂動計算による精密計算から実験値や現象論的評価との比較を目的とする。

● ミュー粒子の異常磁気モーメント ($g-2$)

ミュオン $g-2$ は標準模型の精密計算を行う上で最も重要な物理量である。実際、5 ループまでの量子電磁気学 (QED) 計算の解析結果は、実験精度より 2 桁上の精度まで達している。その結果は、QED 以外の理論的な寄与に関連する。主な寄与として標準模型で考えられるのは、QCD 及び弱い相互作用である。3 つの寄与を含めた理論値と実験値は 3σ だけのずれが知られている。この差はすなわち新物理の兆候と見なされるが、確固とした事実とするためには、さらに信頼度を上げる必要がある。米国のフェルミ国立研究所と JPARC は独自の実験計画を遂行中で、誤差をこれまでの 5 分の 1 まで減らすことを目標としている。一方理論では QCD からの誤差が最も大きいために、この精度を向上する必要がある。格子 QCD を用いた第一原理計算は、これまでの現象論的評価と異なり、厳密な QCD 理論計算を

提供できる。QCD 計算の中で最も重要と考えられるのが真空偏極ダイアグラムが関わる主要項であり、この誤差が理論計算における不定性の大部分を担っている。格子 QCD 計算はこれまで数多く提唱されているが、精度が 10% に留まっている。これは、非物理的なクォーク質量を用いていることによる系統誤差のほか、有限体積による誤差が大きいと考えられている。そこで、本研究では、物理的なクォーク質量上で有限体積効果がどの程度含まれるかを定量的に調べ、物理的クォーク質量上の無限体積における格子 QCD 計算を提供することを目的とした。

● 核子の電磁気形状因子

核子の電磁気形状因子は弾性散乱実験で精度よく測定されている物理量であり、核子形状を知る上で基本的な情報である。しかし、電荷半径の測定では 2 つの異なる実験方法で 5σ の有意な差が観測されている。この差が、実験結果の評価における何らかのエラーや系統誤差の過小評価、もしくは新物理なのかを明確にしていくには理論との整合性を確認することが重要である。その理論計算には QCD が最も大きな寄与を与えることから、格子 QCD を用いた第一原理計算が適している。格子 QCD 計算も数多くのグループが実施しているが、それらの結果は各系統誤差の評価法の違いや、大きな統計精度によって、各グループと一致した値は得られていない。電磁気形状因子の格子 QCD 計算から電荷半径や磁気モーメントが求められるが、特に電荷半径については、実験結果より 20% 以上小さい値が提唱されている。これは、格子 QCD 計算の問題の一つと考えられている。解決策として、物理点近傍の格子 QCD 計算を高精度で実施して、まずは、これまでの格子 QCD に含まれていた系統誤差を正しく評価していくことが重要となる。そこで、本研究課題では、核子電磁気形状因子を様々なパラメータを用いて系統的に評価して、何が実験値との差を表しているかを明確にしていくことを目的とした。

2. 具体的な利用内容、計算方法

● 利用内容

平成 28 年度の利用内容として、上記の物理量に関する計算で、ゲージ配位を用いたモンテカルロサンプリングの主な計算は超並列演算システム (FX100) を用いた MPI 並列計算、そのデータ解析には大容量メモリ

演算サーバ及び GPU 演算サーバを用いた。また、GPU 演算サーバと RICC については比較的小規模スケールの計算にも用いた。平成 28 年度に割り当てられた計算時間のうち、年度途中において大容量メモリ演算サーバの時間を GPU 演算サーバの演算時間に移行して用いた。MPI 並列計算の計算プログラムは FX100 及びインテル系 CPU を搭載する演算サーバに最適化された独自プログラムを用いて実行した。

● 計算方法

ミューオン $g-2$ と核子電磁気形状因子ともに、基本的にはゲージ配位上でクォーク伝搬関数を計算して、各物理量に対応した組み合わせを求めることに集約される。すなわち、どちらの物理量についても、クォーク伝搬関数を効率よく求めるアルゴリズムとそのチューニングが与えられた計算時間の中でより精密な結果を求めることになるため必要である。AMA 法と呼ばれる新しい手法は、この目的に適している。このアルゴリズムはクォーク伝搬関数の低精度計算と高精度計算を組み合わせ、バイアスを介入させることなく統計的精度を上げることができるアイデアである。低精度計算としての近似解を多数計算することが、AMA 法の本質であるが、その近似解の選び方は、物理量や格子パラメータに依存するため、各物理量に適したチューニングパラメータを選ぶことが必要となる。パラメータ選定は今年度の簡易利用と前年度及び上半期の利用で決めることができたので、本課題ではこれらの結果を用いて、本格的な格子 QCD 計算を実施した。AMA 法のチューニングで重要となるのは deflation 法と呼ばれる前処理であるが、主に上半期では、本研究課題で用いるウィルソン型フェルミオンに適した 2 つの deflation 法、低固有モード法と SAP 法、を比較して、より効率的な手法の探索を行った。

ミューオン $g-2$ では、基本的にベクトル型相関関数が主な計算である。ミューオン $g-2$ のハドロンの寄与の評価はベクトル型相関関数の時間依存性と重み関数の積を時間積分して得ることができる。また、真空偏極関数を運動量の関数として直接求めて、その運動量積分としても評価可能である。この 2 種類の手法を比較することで、数値積分に伴う系統誤差評価を行う。有限体積効果を調べるために、物理点上における同じ格子間隔上で 2 つの格子サイズのゲージ配位を用いて高精度計算を実施する。用いるゲージ配位は PACS グル

ープが生成した 3 フレーバの動的ウィルソン型フェルミオンである。格子サイズは 96^4 と 64^4 を使う。格子間隔は 0.08fm である。

核子電磁気形状因子では、核子間に電磁カレントに対応するベクトル演算子を挿入した 3 点関数が必要である。同時に核子伝搬関数を計算して 3 点関数との比を計算し、その時間依存性を調べることで、基底状態としてのシグナルを求めることができる。ここでは、シグナルとして演算子の時間間隔を変化させても、比が変わらない点の値を意味する。電荷については運動量ゼロ、形状因子や電荷半径を求めるためにはソースと演算子にそれぞれ同じ運動量を入れた計算を行う。運動量が入った 3 点関数の運動量依存性が本研究では必要となる。この計算で重要となるのは、核子と演算子の位置関係である。基底状態を得るためには、各演算子を可能な限り離すことで励起状態の寄与を指数関数的に抑えるが、一方で統計ノイズが指数関数的に増大するために、遠くの距離ほどより多くのサンプル数が必要となる。系統的に励起状態の寄与を測定するために、核子間距離として 4 パターン試行してシグナルの傾向を掴むことが必要である。同時に、他の格子 QCD グループの結果と比較するために、クォーク質量、格子間隔、格子サイズを幾つか試行して、形状因子のシグナルがどういった傾向を見せるのかを数値的に解析することで、系統誤差としてどれが最も重要かを探る必要もある。本研究課題では、有限サイズ効果を抑えるために、「パイオン質量と格子サイズの積 $m_\pi L$ が 4 より大きい」という制限を設けて各パラメータを 3 パターンとって調べることにした。この研究課題では 2 フレーバのウィルソン型フェルミオンを用いた。

3. 結果

平成 28 年度における GreatWave 上に割り当てられた計算時間を用いて以下の結果を得ることができた。

- AMA 法における deflation 法の比較

AMA 法では近似解の構成としてディラック行列の逆行列に用いる反復解法の反復回数を制限したクォーク伝搬関数を利用する。その際に deflation 法を用いた低固有モードを多数含む部分ベクトル空間上の射影演算子を用いて前処理を施すことで、計算コストを大幅に減らすことができる。ただし、問題はその部分ベクトル空間を求める計算コストの全体に占める割合であ

る。そこで、単純に低固有モードをランチョス法から多数求めて、部分ベクトル空間を生成する方法と間接的に SAP 法と呼ばれる domain decomposition を使って deflation の部分ベクトル空間を求める方法の 2 種類を試して、全体の性能を比較した。図 1 では、実際の 96^4 ゲージ配位を用いた比較を表している。この図から分かるように、SAP 法の計算時間が明らかに小さい。特に SAP deflation 法における部分ベクトル空間の構成に要する時間が固有モードを求める時間に比べて 1 ノード当たり 10 分の 1 程度まで減少している。これは、SAP 法はウィルソン型フェルミオンに対して AMA 法にも適応可能であることを表している。全体の計算コストに比べて、SAP deflation の生成は小さいことから、固有ベクトルをディスクに保存することなく、その都度計算して求めても性能的に変化は小さいことも大容量のディスクを用意する必要がなく、SAP 法を用いるメリットである。

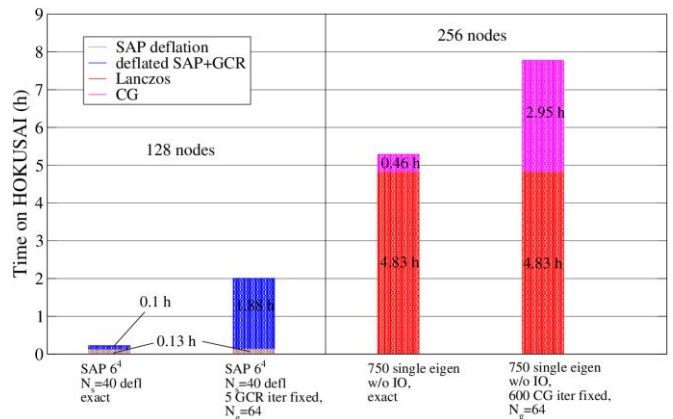


図 1 : AMA 法における deflation 法の比較。左 2 つの 128 ノードは SAP 法、右 2 つの 256 ノードは低固有モードを用いた結果。縦軸は GreatWave 上の計算時間。2 つの棒グラフはそれぞれ、高精度、低精度計算の結果を表す。色の違いは各計算アルゴリズムに要した時間である。

- 格子上のミュオン $g-2$ のハドロンの寄与における有限体積効果

上記の結果をもとにして、SAP 法を用いた deflation 法を前処理として、AMA 法をミュオン $g-2$ 計算に適用した。この計算では、 96^4 と 64^4 を格子サイズにもつゲージ配位上でベクトル型相関関数を高精度で求める。統計数として、ゲージ配位数と AMA 法における低精度相関関数のソース点をずらした回数の積と見なした場合、 96^4 では 50,000、 64^4 では 90,000 とした。図 2 はベクトル型相関関数の精度に関して、時間依存

性に対する 2 つの格子サイズの違いを表している。相対誤差として、1.5fm ではどちらもおよそ 3 % 程度に達している。一方で 2fm 付近ではおよそ 3 倍の開きがある。これは、 96^4 の体積が大きいことによる統計精度の改善と、 64^4 における逆回りのクォーク伝搬関数の寄与（有限体積効果）が影響していると考えられる。実際に 64^4 では中間が 2.7fm に対して、 96^4 は 4fm なので、有限体積効果の影響の違いは大きい。図 3 に、ベクトル型相関関数に重み関数を掛けた、被積分関数の 64^4 と 96^4 の結果を比較している。ミュオン $g-2$ はこの関数の時間積分で求められる。さらに、実際の物理量はアップ・ダウンクォークとストレンジクォークに電荷を掛けてお互いを足し合わせたものなので、それぞれの寄与を分解してプロットしている。この図から分かるように、アップ・ダウンクォークを含む伝搬関数が物理量の大部分を占めており、ストレンジクォークの寄与は小さい。また、有限体積効果に関しても、およそ格子単位で 1.5、スケールとして 1.3fm から違いが見えている。また、値として上に出ている。このことから、有限サイズ効果として、ミュオン $g-2$ の理論値を過大評価する可能性がある。ただし、アップ・ダウンクォークに関して 64^4 の統計精度が 2fm 近傍で足りていないので、この統計精度を上げることが、今後の課題となる。その後、積分値の解析と系統誤差の評価を行う必要がある。

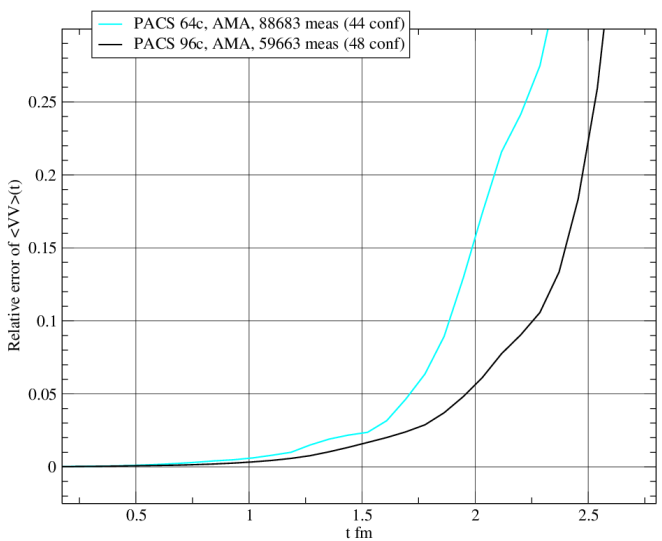


図 2 : ベクトル型相関関数の相対誤差とその時間依存性。横軸は物理的スケールにおける時間、縦軸は相対誤差を表す。色の違いは 2 つの格子サイズの結果である。

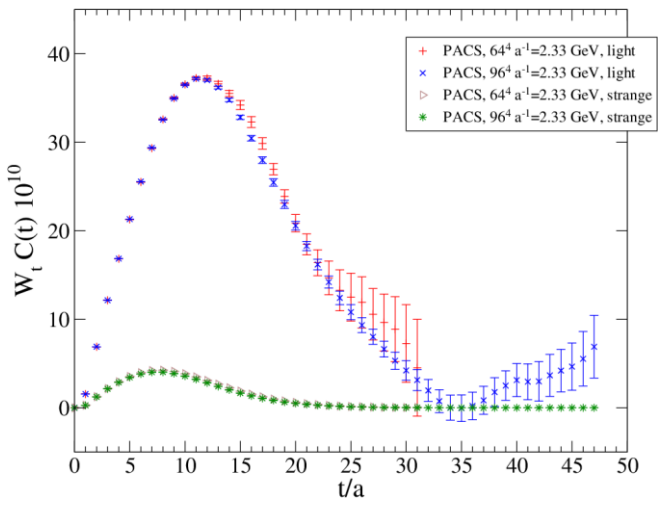


図 3 : ベクトル型相関関数と重み関数の積である被積分関数を時間関数としてプロットしている。シンボルの違いは、 96^4 と 64^4 におけるアップ・ダウンクォークとストレンジクォークの結果を表す。

● 核子電磁形状因子の系統的研究

本研究課題では主に 3 種類のゲージ配位上で、ソースとシンクにある演算子間の距離を変化させて、基底状態のシグナルに含まれる励起状態のノイズを測ることに重点を置いた。用いたゲージ配位は (1) A5: $64 \times 3 \times 2^3$ 、312MeV パイオン質量、カットオフ 2.5GeV、(2) B6: $96 \times 4 \times 8^3$ 、269MeV パイオン質量、カットオフ 2.5GeV、(3) G8: $128 \times 6 \times 4^3$ 、190MeV パイオン質量、カットオフ 3.1GeV、である。A5 ゲージ配位は主に GPU 演算サーバ、B6 は RICC、G8 は超並列演算システムを用いている。図 4 が示すように、軸性電荷のシグナルが t_s に対して一定となる位置は 1.2fm 以上であることが分かる。図 5 には運動量をいれた形状因子の結果をプロットしているが、運動量が大きくなるほど、励起状態の寄与が大きくなっていくことが分かる。そのため、電荷半径を厳密に求めるためにはさらに距離が遠い点が必要である。図 6 には、これまで得られた電荷半径について、パイオン質量の関数としてプロットしている。この結果は、図 5 のように t_s を変化させて得られたシグナルを基底状態に外挿して各点の値を求めている。電荷半径は運動量ゼロに外挿したときの形状因子の傾きとして定義されるため、外挿式は実験値で用いられる、pole フィットをここでも採用している。この図から分かるのは、電荷半径はパイオン質量依存性が非常に強く表れていることである。200MeV パイオン付近から急激に実験値に近づいている。また、カットオフ依存性も強く表れている。カットオフが大

きくなる、つまり連続極限に近づくほど値が上昇している。これらの結果から、電荷半径についてはパイオン質量依存性のほかに、格子間隔依存性も強く表れる物理量であることが分かった。物理点上への外挿を同時に行うことで、実験値を再現する結果が期待される。そのためには、よりソースとシンクを離れたシグナルの値が求められる。

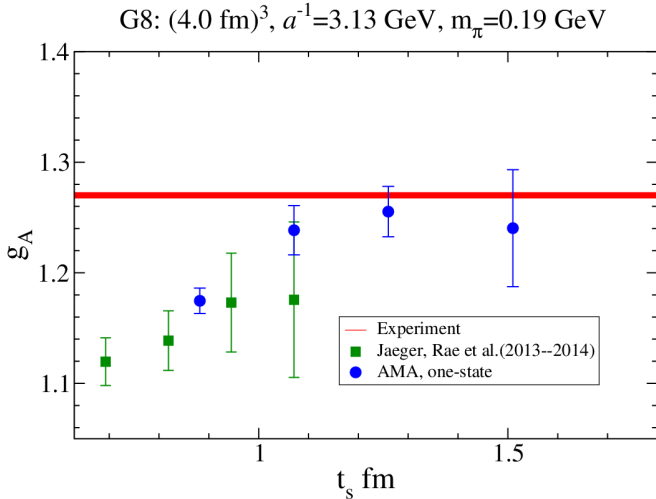


図 4 : G8 ゲージ配位上で得られた軸性電荷シグナルのソースとシンク間距離の依存性。比較のため以前同じゲージ配位上で得られた結果も載せてある。

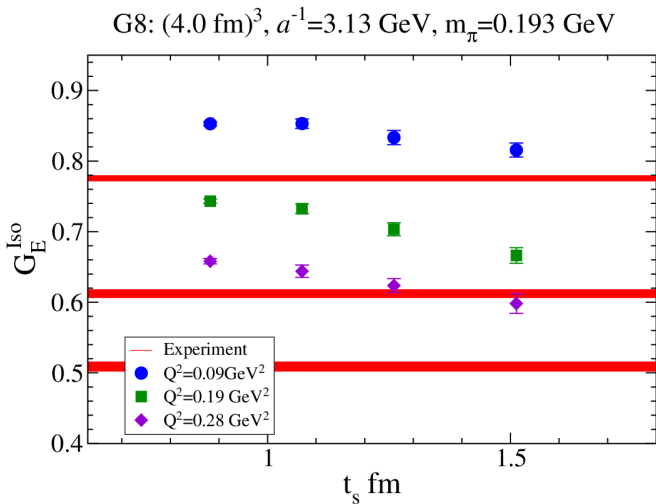


図 5 : G8 ゲージ配位上における核子の電気形状因子のシンクとソースにある演算子間の距離依存性。赤いバンドは実験値を表す。シンボルの違いは挿入する運動量の大きさの違いである。

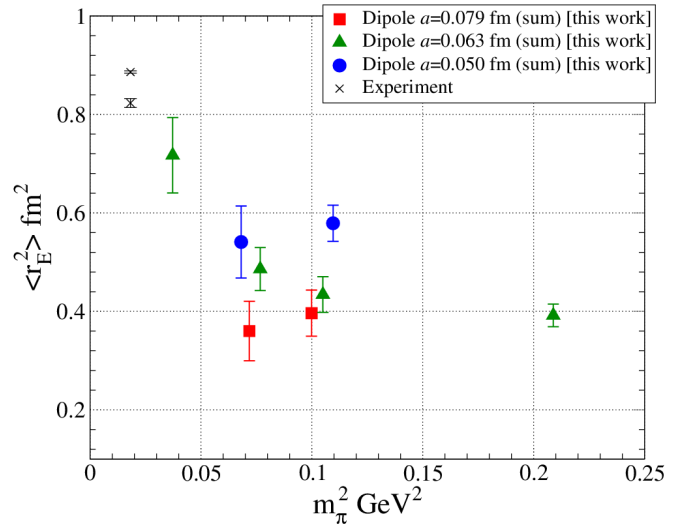


図 6 : 各ゲージ配位上で得られた電荷半径の質量依存性。異なるシンボルはカットオフの違いを表す。比較のため実験値も載せてある。

4. まとめ

これまでの、格子 QCD を用いた物理量の高精度計算によって、これまでの研究では統計ノイズによって隠されていた新しい傾向が分かってきた。ミュオン $g-2$ では物理点上における明らかな有限体積効果が 1.3fm 付近から現れて、シグナルとして正符号として寄与してくることが明らかとなった。また、核子形状因子ではソースとシンクの演算子間距離が 1.2fm 以上から基底状態のシグナルが得られることが明らかとなった。また、電気形状因子については運動量上がるにつれて、 1.5fm より遠くの距離まで離す必要性が分かった。その結果をもとに電荷半径の傾向を見ると、パイオン質量のほかに格子間隔についても、強く依存性が現れている。この結果が示すことは、物理的なパイオン質量を用いた格子 QCD の必要性のみならず、連続極限を取るため、幾つかの格子間隔も必要であることがわかる。

以上の結果は、本課題で使用した大規模並列計算のほかに、AMA 法を用いた効率的計算の実施が大きな働きをしている。クォーク伝搬関数を解くアルゴリズムの高速化とチューニングパラメータの利用によって、短時間で多くの結果が得られたことは、計算アルゴリズムの改良の重要性を物語っている。

5. 今後の計画・展望

ミュオン $g-2$ では、格子サイズとしておおよそ 8fm を用いたとしても有限体積効果が依然として大きいこ

とが分かったので、さらに大きなサイズを用いた計算の実行が求められる。実際に PACS グループが 10fm 近傍のゲージ配位を生成していることから、この配位を用いた大規模計算の実施を行い、無限体積におけるミューオン $g-2$ の格子 QCD 計算の結果を提唱したい。また、同時に異なる格子間隔を用いた連続極限を求めて、最終的な格子 QCD 計算の値として求めたい。この結果は、近い将来実験値と比較して最終的な標準模型の理論値の決定に用いられる。

核子形状因子では、物理的パイオン質量近傍では、 $t_s=1.5\text{fm}$ より離れた計算の精度が重要となるので、この点に集中してモンテカルロ計算を進めていき、より信頼度の高い計算結果を導きたい。電荷半径について、上記の計算結果から物理的なパイオン質量が必要となることが分かったので、ミューオン $g-2$ 計算で用いたゲージ配位上における計算に移行していきたい。その前段階の計算として、様々な格子パラメータ上でケーススタディを行って、実際に信頼性が高い結果を得ることができるパラメータ領域を探索していく必要がある。そのことから、今後の研究として本課題の計算結果の精度をさらに高めていくとともに、さらに幾つかのゲージ配位上の計算を実施して、物理点上への外挿値を求めていきたい。

平成 28 年度 利用研究成果リスト

【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】

1. Georg von Hippel, Thomas D. Rae, Eigo Shintani, Hartmut Wittig, “Nucleon matrix elements from lattice QCD with all-mode-averaging and a domain-decomposed solver: an exploratory study”, Nucl. Phys. B914, 138(2017)
2. Eigo Shintani, Thomas Blum, Taku Izubuchi, Amarjit Soni, “Neutron and proton electric dipole moments from $N_f=2+1$ domain-wall fermion lattice QCD”, Phys. Rev. D 93, 094503 (2016)

【国際会議などの予稿集、proceeding】

1. Renwick J. Hudspith, Randy Lewis, Kim Maltman, Eigo Shintani, “Strong coupling constant from Adler function in lattice QCD”, Mod. Phys. Lett. A 31, 1630037 (2016).

【国際会議、学会などでの口頭発表】

1. (Poster) “Lattice study of finite size effect in $g-2$ HVP”, The international workshop on future potential of high intensity accelerators for particle and nuclear physics (HINT2016), J-PARC, Tokai, December 5-8, 2016.
2. (Oral) “Lattice study of finite size effect in $g-2$ HVP”, Towards high precision muon $g-2$ /EDM measurement at J-PARC, J-PARC, Tokai, Japan, November 28-29, 2016.
3. (Oral) “EDM calculation on the lattice”, ECT* workshop, Baryons over antibaryons: the nuclear physics of Sakharov, 25 July 2016, 29 July 2016, Torento, Italy.
4. (Oral) “Strong coupling constant from Adler function in lattice QCD”, MITP workshop Determination of fundamental parameters in QCD, 7-12 March 2016, Mainz, Germany.
5. (Oral) “Strong coupling constant from vector vacuum polarization function on the lattice”, RBRC workshop in Lattice gauge theories 2016, 9-11 March 2016, BNL, USA

【その他（プレスリリース、学術会議以外の一般向けの講演など）】

なし